

## 6.10. Свободные оси

Неподвижность осей вращения обеспечивается закреплением их концов в подшипниках. Рассмотрим силы реакции, действующие при вращении тела вокруг вертикальной неподвижной оси, которая составляет некоторый угол с его осью симметрии (рис. 6.18, а).

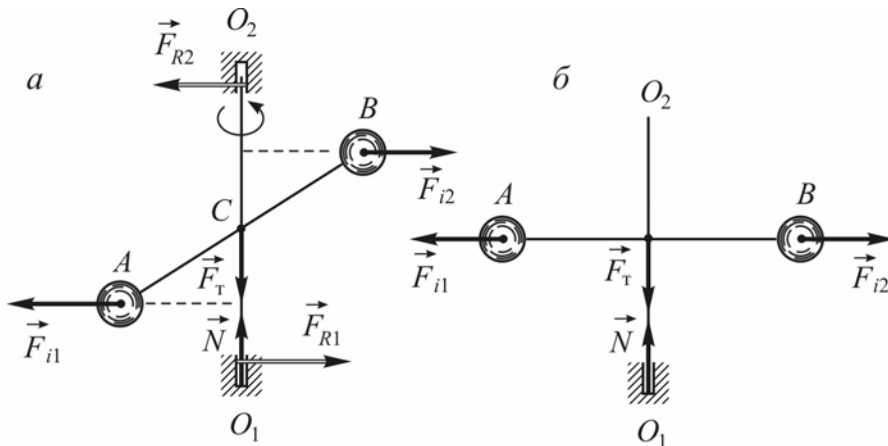


Рис. 6.18

Пусть ось проходит через центр масс тела и трение в подшипниках пренебрежимо мало. Пока тело неподвижно, на ось действует сила реакции только нижней опоры  $\vec{N}$ ; она направлена вдоль оси вверх и уравнивает силу тяжести тела  $\vec{F}_T$ , приложенную в его центре масс  $c$ . Начнем

вращать тело с угловой скоростью  $\omega$ . Теперь на каждую частицу массой  $m$ , находящуюся на расстоянии  $r$  от оси вращения, будет действовать еще и центробежная сила инерции  $F_i = mr\omega^2$ , лежащая в плоскости вращения частицы и направленная по радиусу от оси. Результирующие этих сил  $\vec{F}_{i1}$  и  $\vec{F}_{i2}$  образуют пару сил, которая стремится повернуть тело по часовой стрелке вокруг оси, перпендикулярной плоскости чертежа, и вызывает противоположные реакции подшипников  $\vec{F}_{R1}$  и  $\vec{F}_{R2}$ .

Для каждого тела можно выбрать оси, вращение вокруг которых не вызывает появления дополнительных сил. Действительно, если рассматриваемому телу дать возможность свободно вращаться в горизонтальной плоскости, то под действием пары сил  $F_{i1}$  и  $F_{i2}$  оно повернется так, что линия  $AB$  станет перпендикулярной оси вращения  $O_1O_2$  и момент пары сил и реакции осей обратится в 0 (рис. 6.18, б). Связанная с телом ось, положение которой в пространстве сохраняется при отсутствии внешних воздействий, называется *свободной осью*.

Расчеты показывают, что в любом теле существуют три взаимно перпендикулярные свободные оси, которые пересекаются в центре масс. В общем случае момент инерции относительно одной из них максимальный, относительно другой — минимальный, а относительно третьей имеет промежуточное значение.

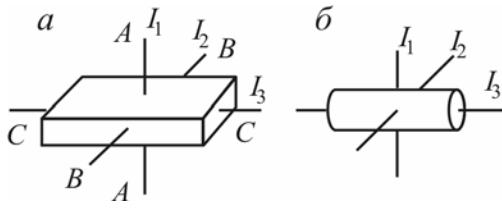


Рис. 6.19

Эти оси называют *главными осями инерции* тела, а соответствующие моменты инерции  $I_1, I_2, I_3$  — *главными моментами инерции*.

Для тел правильной формы эти оси находятся достаточно легко. Так, у однородного параллелепипеда главными осями инерции будут оси, которые проходят через центр масс перпендикулярно его граням (рис. 6.19, а), причем наибольший момент инерции —  $I_1$ , а наименьший —  $I_3$ .

Для однородных тел вращения главными осями инерции являются оси симметрии. Так, ось симметрии цилиндра — одна из главных осей инерции, две другие — это любые взаимно перпендикулярные оси, которые проходят через центр масс и лежат в плоскости, перпендикулярной первой оси (рис. 6.19, б), причем  $I_1 = I_2$ .

Если тело вращается вокруг одной из свободных осей (например, вокруг оси  $OZ$ ) и на него не действуют никакие внешние силы, то согласно закону сохранения момента импульса

$$\vec{L}_z = I_z \vec{\omega} = \text{const}$$

оно должно сохранять величину и направление угловой скорости, т. е. положение свободной оси.

В теоретической механике утверждается, что вращение устойчиво относительно главных осей, которые соответствуют наибольшему и наименьшему моментам инерции. Вращение вокруг главной оси, соответствующей промежуточному моменту инерции, неустойчиво. Эти утверждения легко проиллюстрировать, бросая приведенную во вращение прямоугольную коробку. Легко заставить ее вращаться вокруг осей  $AA$  и  $CC$  и невозможно — вокруг оси  $BB$  (рис. 6.19, а).

Если же на вращающееся тело действуют внешние силы, то устойчивым будет вращение только относительно оси, соответствующей наибольшему моменту инерции (в нашем примере  $AA$ ), поскольку для этой оси будет наименьшим относительное изменение момента импульса.

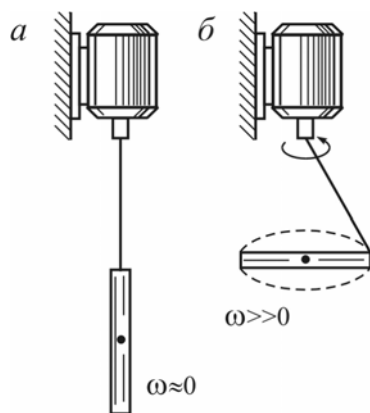


Рис. 6.20

Устойчивость вращения разных тел вокруг главных осей инерции можно продемонстрировать на следующем опыте.

Стержень, подвешенный за один конец при помощи нити к вертикальной оси электродвигателя, при малых скоростях  $\omega$  вращается в вертикальном положении

(рис. 6.20, *a*), т. е. вокруг оси с наименьшим моментом инерции. При возрастании скорости стержень вопреки действию силы тяжести размещается горизонтально и устойчиво вращается вокруг оси с наибольшим моментом инерции (рис. 6.20, *б*).

В устройствах с быстро вращающимися частями важно обеспечить их вращение вокруг свободных осей, иначе возникнут чрезвычайно высокие динамические нагрузки на оси и подшипники. Поскольку нельзя добиться абсолютно точного совпадения центра масс вращающейся части с осью вращения, которая задается подшипниками, используют гибкие или самоцентрирующиеся валы. В этом случае при довольно большой скорости вал изгибается таким образом, что вращение устанавливается вокруг свободной оси.

Главные оси инерции обладают важной особенностью: при вращении тела вокруг любой из них момент импульса тела  $\vec{L}$  совпадает по направлению с угловой скоростью  $\vec{\omega}$  и определяется формулой

$$\vec{L} = I\vec{\omega}, \quad (6.50)$$

где  $I$  — момент инерции тела относительно данной главной оси инерции, причем если ось неподвижна, то момент импульса  $\vec{L}$  не зависит от выбора точки, относительно которой его определяют.

В общем случае, если ось вращения не совпадает ни с одной из главных осей инерции (хотя может проходить и через центр масс тела), то направления векторов  $\vec{L}$  и  $\vec{\omega}$  не совпадают и связь между ними более сложная, что является причиной своеобразного поведения твердых тел при их вращении.